

2. Intravariabale Statistics

樋口さぶろお

龍谷大学大学院理工学研究科数理情報学専攻

理論物理学特論 L01(2020-09-28 Mon)

最終更新: Time-stamp: "2020-09-29 Tue 12:14 JST hig"

今日の目標

- この科目ののりを説明できる
- 1変数の統計量をベクトルと行列で書ける
- 1変数の統計量の性質をベクトルと行列で証明できる



科目ののり

- **KA MDA** Kohei Adachi, Matrix-Based Introduction Multivariate Data Analysis
- 多変量解析手法の, 線形代数を用いた統一的理解
- 英語

成績計算=平常点 100%, 毎回の課題と小規模な持ち帰りレポート

テキストのへんな記号 KA MDA §1

- 小文字太字 \mathbf{a} 縦ベクトル KA MDA (1.4)
- 大文字太字 \mathbf{X} 行列, だけど板書や資料では細文字で X KA MDA (1.6)
- 縦ベクトルの転置 \mathbf{a}' , 行列の転置 X' KA MDA (1.5)
- $\mathbf{1}$ or $\mathbf{1}_n$ 成分が 1 ばかりの縦ベクトル KA MDA (1.35)
- \mathbf{I} or \mathbf{I}_n 単位行列 KA MDA (1.43)
- 内積 $\mathbf{a}'\mathbf{b} = \mathbf{b}'\mathbf{a}$ KA MDA (1.11)
- ノルムの 2 乗 $\|\mathbf{a}\|^2 = \mathbf{a}'\mathbf{a}$ KA MDA (1.12)
- ノルムの 2 乗 $\|\mathbf{X}\|^2 = \text{tr}\mathbf{X}\mathbf{X}' = \text{tr}\mathbf{X}'\mathbf{X}$ KA MDA (1.31)

ベクトル行列でみる平均分散中心化標準化 KA MDA §2

		添字表記	ベクトル表記
KA MDA (2.3)	平均	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij}$	$\frac{1}{n} \mathbf{1}' \mathbf{x}_j$
KA MDA (2.9)	中心化	$y_j = x_j - \bar{x}_j$	$\mathbf{J} \mathbf{x}_j$
KA MDA (2.20)	分散	$v_{jj} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$	$v_{jj} = \frac{1}{n} \mathbf{x}_j' \mathbf{J} \mathbf{x}_j$
KA MDA (2.24)	標準化	$z_j = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sqrt{v_{jj}}}$	$\frac{1}{\sqrt{v_{jj}}} \mathbf{J} \mathbf{x}_j$

中心化行列 J

$$\text{KA MDA (2.10)} \quad \mathbf{J} := I_n - \frac{1}{n} \mathbf{1}\mathbf{1}'$$

性質 KA MDA Note 2.1

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}' \quad \text{KA MDA (2.11)}$$

$$\mathbf{J}\mathbf{J} = \mathbf{J} \quad \text{KA MDA (2.12)}$$

$$\mathbf{1}'_n \mathbf{J} = \mathbf{0}'_n \quad \text{KA MDA (2.13)}$$

中心化スコアの性質 KA MDA §2.4

中心化スコア $\mathbf{y} = \mathbf{J}\mathbf{x}$

- 平均は zero. $\frac{1}{n}\mathbf{1}'\mathbf{y} = 0$. KA MDA (2.16)
- 再度中心化しても変わらない. $\mathbf{J}\mathbf{y} = \mathbf{y}$. KA MDA (2.17)

標準スコアの性質 KA MDA §2.6

標準スコア $z_j = \frac{1}{\sqrt{v_{jj}}} J \mathbf{x}_j$

- 平均は zero. $\frac{1}{n} \mathbf{1}' \mathbf{z} = 0$. KA MDA (2.25)
- 再度中心化しても変わらない. $J \mathbf{z} = \mathbf{z}$.
- 分散は 1 $\frac{1}{n} \mathbf{z}' \mathbf{z} = 1$ KA MDA (2.26)

複数の変数の標準化 KA MDA §2.8

- $Z = JXD^1$ KA MDA (2.31)

演習問題

- Excercise 2.5
- Excercise 2.6
- Excercise 2.7
- Excercise 2.8