

L15 時系列の状態空間モデル

樋口さぶろお

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

理論物理学特論 L15(2022-01-18 Tue)

最終更新: Time-stamp: "2022-01-18 Tue 08:58 JST hig"

今日の目標



L14-Q1

Quiz 解答:自己回帰モデル AR(2) の例

① モデルの定義より $X_2 = \phi_1 X_1 + \phi_2 X_0 + \epsilon_2 = \epsilon_2$.

② モデルの定義より

$$X_3 = \phi_1 X_2 + \phi_2 X_1 + \epsilon_3 \phi_1 (\phi_1 X_1 + \phi_2 X_0 + \epsilon_2) + \phi_2 X_1 + \epsilon_3 = \phi_1 \epsilon_2 + \epsilon_3.$$

$$E[(\phi_1 \epsilon_2 + \epsilon_3)^2] = \phi_1^2 \sigma^2 + 2 \cdot \phi_1 \cdot 0 + \sigma^2.$$

③ モデルの定義より

$$X_4 = \phi_1 X_3 + \phi_2 X_2 + \epsilon_4 = \phi_1^2 \epsilon_2 + \phi_1 \epsilon_3 + \phi_2 \epsilon_2 + \epsilon_4.$$

$$E[X_3] = E[X_4] = 0 \text{ より,}$$

$$\text{Cov}[X_3, X_4] = E[X_3 X_4] = (\phi_1^3 + \phi_1 \phi_2 + \phi_1 \phi_2) \sigma^2.$$

L14-Q2

Quiz 解答:移動平均モデル MA(1) の例

① $X_2 = \epsilon_2 + \theta_1 \epsilon_1$.

② $E[(\epsilon_2 + \theta_1 \epsilon_1)^2] = \sigma^2(1 + \theta_1)^2$.

- ③ $E[(\epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1)(\epsilon_3 + \theta_1\epsilon_2)] = \sigma^2\theta_1.$
- ④ 0.

L14-Q3

Quiz 解答:自己回帰移動平均モデル ARMA(2,1) の例

- ① モデルの定義より $X_2 = \phi_1 X_1 + \phi_2 X_0 + \epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1 = \epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1.$
- ② $E[(\epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1)^2] = \sigma^2(1 + \theta_1^2).$
- ③ $X_3 = \phi_1 X_2 + \phi_2 X_1 + \epsilon_3 + \theta_1\epsilon_2 = \phi_1(\epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1) + \epsilon_3 + \theta_1\epsilon_2 =$
 $(\phi_1\theta_1)\epsilon_1 + (\phi_1 + \theta_1)\epsilon_2 + \epsilon_3.$
 $\text{Cov}[(\phi_1\theta_1)\epsilon_1 + (\phi_1 + \theta_1)\epsilon_2 + \epsilon_3, \epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1] =$
 $E[(\phi_1\theta_1)\epsilon_1 + (\phi_1 + \theta_1)\epsilon_2 + \epsilon_3, (\epsilon_2 + \theta_1\epsilon_1)]$

L15-Q1

Quiz(AR(4) の状態空間モデル)

4 次の自己回帰モデル AR(4) モデルを状態空間モデルとして考える (授業の記号で).

- ① 状態ベクトルを書こう.
- ② システムモデル, 観測モデルに現れる行列の, F, G, H を書こう.