

目次 前回 次回 今回の解答

## 物理数学 演習 II

樋口さぶろお<sup>1</sup> 配布: 2007-12-13 Thu 更新: Time-stamp: "2007-12-13 Thu 13:51 JST hig"

# 11 位置エネルギーと力学的エネルギー保存則

### 今日の目標

1. 位置エネルギーから力を求めたり, 力から位置エネルギーを求めたりできるようになろう.
2. 位置エネルギーの意味を直感的につかもう.
3. エネルギー保存則を利用して楽できるようになろう.

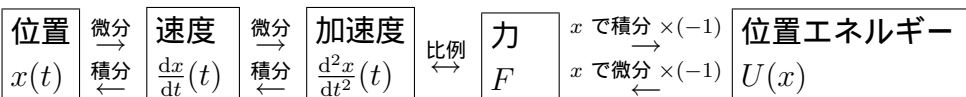
## 11.1 力と位置エネルギー

説明

永田 6.5(p.105) 大注意. 力と位置エネルギーの間は  $t$  じゃなくて  $x$  で微積分.

運動エネルギー  $K = \frac{1}{2}m \left(\frac{dx}{dt}(t)\right)^2$

位置エネルギー = ポテンシャル(エネルギー)  $U(x) = -\int_0^x F(s) ds, F = -\frac{dU}{dx}(x)$



力学的エネルギー保存則  $K + U = E$  ((時間によらない) 定数)

エネルギーの単位 = 質量の単位  $\times$  (速度の単位)<sup>2</sup> =  $\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2 = \text{J} = \text{J}$  (ジュール)

1 カロリー = 4.2 ジュール

### 11.1.1

ばね定数  $k$  のばねにつながれた質量  $m$  の物体を考える.

自然長の位置を原点とする  $x$  座標をとる. 量  $\frac{1}{2}m \left(\frac{dx}{dt}(t)\right)^2 + \frac{1}{2}k(x(t))^2$  が時間によらず, 初期条件だけから決まることを示そう.

### 11.1.2

重力 (重力加速度の大きさ  $g$ ) だけを受けて鉛直方向に運動する質量  $m$  の物体を考える. 鉛直上向きに, 地面を原点として  $x$  軸をとる. 重力の位置エネルギーを求めよう.

<sup>1</sup>Copyright ©2007 Saburo HIGUCHI. All rights reserved.

## 11.1.3 力と位置エネルギー

- ばね定数  $k = 8$  のばねの力のもとで運動する質量  $m = 3$  の物体がある. 自然長の位置を原点としてはかったとき, 時刻  $t = 5$  には,  $x(5) = -3$ ,  $\frac{dx}{dt}(5) = 4$  だった. この時刻の運動エネルギー, 位置エネルギー (ポテンシャル), 力学的エネルギーを求めよう.
- 地面を原点として鉛直方向に座標軸をとる. 重力加速度の大きさは  $g = 9.8\text{m/s}^2$ . 地上 1.5m のところにある, 直径 11mm, 質量 5.5g のパチンコ玉が, 速度 10 m/s を持っている. このパチンコ玉の運動エネルギー, 位置エネルギー (ポテンシャル), 力学的エネルギーを求めよう.
- 位置エネルギー (ポテンシャル) が  $U(x) = x^4 - x^3 - x^2 + x$  であるとき, 物体が受ける力  $F(x)$  を求めよう.
- 1次元を運動する物体にはたらく力が  $F(x) = -x - x^3$  であるとき, 位置エネルギー (ポテンシャル)  $U(x)$  を求めよう.

## 11.2 力学的エネルギー保存則の応用

説明

永田 例題 6.3(p.111)

2個の時刻  $t = t_1, t_2$  に対して, 力学的エネルギー保存則を書いてみる.

$$\frac{1}{2}m \left( \frac{dx}{dt}(t_1) \right)^2 + U(x(t_1)) = E$$

$$\frac{1}{2}m \left( \frac{dx}{dt}(t_2) \right)^2 + U(x(t_2)) = E$$

2個の式から定数  $E$  を消去すると, 使える方程式が1個得られる.  $t_0, t_1$  をうまく選ぶとすごく使える.

## 11.2.1 重力

重力のもとで (重力加速度  $g$ ), 質量  $m$  の物体を, 地表から速さ  $v_0$  で鉛直上向きに打ち出した. 最高点の (地表から測った) 高さを, 力学的エネルギー保存則を用いて求めよう.

## 11.2.2 力学的エネルギー保存則

ばね定数  $k$  のばねに取りつけられた, 質量  $m$  の物体を考える. 自然長の位置を原点として, 時刻  $t$  における位置を  $x(t)$  とする.

$$x(0) = 0, \frac{dx}{dt}(0) = V \tag{11.1}$$

である場合, ばねののびの最大値を, 力学的エネルギー保存則を用いて求めよう.

### 11.2.3 力学的エネルギー保存則その2

ばね定数  $k$  のばねに取りつけられた, 質量  $m$  の物体を考える. 自然長から  $x_0 (> 0)$  だけ引きのばして, 静かに手を放した. 自然長からののびが  $\frac{1}{4}x_0$  まで減ったときの速さを, 力学的エネルギー保存則を用いて求めよう.

### 11.2.4 重力の位置エネルギー

重力のもとで (重力加速度  $g$ ), 質量  $m$  の物体を, 高さ  $h_0$  の点から静かに落下させた. 高さ  $h_1$  の点まで落下したときの速さを力学的エネルギー保存則を用いて求めよう.

### 11.2.5 変なばねの位置エネルギー

自然長からの (のびる方向に測った) 変位  $x(t)$  の3乗に比例する力  $F = -kx^3$  をおおよそ変なばねに質量  $m$  の物体がつながれている.

1. 位置エネルギーを求めよう.
2. 力学的エネルギー保存則を書こう.
3. 自然長の位置から  $\ell$  だけ押し縮めて静かに手を離れた. 自然長にもどった瞬間の速さを求めよう.

### 11.2.6 ばね

ばねの力による単振動を考える. 変位  $x(t)$  が, 振幅の  $\frac{1}{2}$  倍となる時刻と振幅の  $\frac{1}{3}$  倍となる時刻とを比べると, 速さはどちらがどちらの何倍か考えよう.

## お知らせ

### 模範解答を作ろうプロジェクト!で最大20点ゲット!

物理数学 演習 II の, 大学院入試の過去問や, プチテスト/ファイナルトライアルの準備に役立つ典型的な問題の模範解答を作ってみんなで共有するプロジェクトです. その貢献に対して1問あたり最大10点, 1人あたり最大20点の加算があります.

ReLS <https://r-els.media.ryukoku.ac.jp> → 物理数学 演習 II

→ [模範解答を作ろうプロジェクト!](#)

に投稿されている問題に対して, (部分的でもいいから) 模範解答を紙に作成して, スキャンしたもの (後述) をフォーラムに返信してください.

理工学部実習室 1-612 で紙に書かれた解答を簡単にスキャンして PDF ファイルや JPEG ファイルにして USB フラッシュメモリに保存できます.

スキャンの仕方の説明 <http://www.a.math.ryukoku.ac.jp/~hig/info/teaching/scanner.php>

[目次](#) [目次](#) [前回](#) [次回](#) [今回の解答](#)

