応用ベクトル解析∇

樋口さぶろお[1] 配布: 2005/05/31 Tue 更新: Time-stamp: "2005/06/06 Mon 14:20 hig"

6 略解 – 2 次元の発散とガウスの発散定理

1. 長さパラメータ s で $\boldsymbol{r}(s) = (2-\frac{2}{\sqrt{5}}s, \frac{1}{\sqrt{5}}s)$ $(0 \leq s \leq \sqrt{5})$ とおくと, $\boldsymbol{n}(s) = (\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}})$.

$$I = \int_0^{\sqrt{5}} (2 - \tfrac{2}{\sqrt{5}}s + \tfrac{1}{\sqrt{5}}s, 0) \cdot (\tfrac{1}{\sqrt{5}}, \tfrac{2}{\sqrt{5}})\, \mathrm{d}s = \tfrac{3}{2}. \tag{1}$$

2. $\nabla \cdot \boldsymbol{V}_1 = 1$.
3. $\boldsymbol{r}(s) = (\cos s, \sin s)$ $(0 \leq s \leq 2\pi)$ とおくと, $\boldsymbol{n}(s) = (\cos s, \sin s)$. $\int_{\partial D} \boldsymbol{V}_2 \cdot \boldsymbol{n}\ \mathrm{d}S = \int_{\partial D} -2\ \mathrm{d}s = -2 \cdot 2\pi$.
4. $\int_D \nabla \cdot \boldsymbol{V}_2\ \mathrm{d}S = \int_D -4\ \mathrm{d}S = -4\pi$.

7 quiz – 曲面の法線, 接平面, 面積分

曲面 $z = x^2 + 4y^2$ を考える.

1. $\boldsymbol{r}(s,t) = (s, t, s^2 + 4t^2)$ が曲面のパラメータ表示になっていることを納得しよう.
2. 曲面上の点 $\boldsymbol{r}(2,-1) = (2,-1,8)$ における単位法線ベクトルを求めよう.
3. 曲面上の点 $\boldsymbol{r}(2,-1) = (2,-1,8)$ における接平面を求めよう (式, またはパラメータ表示で)
4. 曲面の $-2 \leq x \leq 2, -3 \leq y \leq 3$ の部分の面積を, 2 重積分の形に書こう (積分を実行するのはたいへんなのでやらなくていい).

[1]
http://hig3.net/(講義のページもここからたどれます), http://www.math.ryukoku.ac.jp/~hig/, mailto:hig@math.ryukoku.ac.jp, tel:0775437514 数理情報学科へや:1 号館 5 階 502.

曲面のパラメータ表示

$\boldsymbol{r}(s,t)=(t\sin s, t\cos s, t^2)$. $\boldsymbol{r}(s,t)=(s,t,\cos(t+2s))$.

今日の範囲に対応する教科書のお奨め問題

問題 2.45(p.62), 問題 2.46(p.63), 問題 2.47(p.64), 問題 2.48(p.64), 章末問題 [2.9](p.65).
問題 4.11(p.98), 問題 4.12(p.99), 章末問題 [4.6](p.105), 章末問題 [4.7](p.105).

プチテストのお知らせ

06 月 07 日 (火) にやります. 次の問題を出します.

1. 保存場の線積分 $\int_C \boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$ や ポテンシャル f を求めること.
2. 非保存場の線積分 $\int_C \boldsymbol{V}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$ やその他の線積分.
3. 一般のベクトル場の線積分 $\int_C \boldsymbol{V}\cdot \boldsymbol{n}\mathrm{d}s$ と 2 次元のガウスの発散定理.
4. $\nabla\cdot\boldsymbol{V}, \nabla f, [\nabla\boldsymbol{V}]$ の計算.

お知らせ

実習室や自宅で, Web 上で講義の録画を見られます. 自宅での再生には Password が必要です.

UserID　　　　　　　　　　　　　　　　Password

`http://hig3.net`

科目のページ ＋ リクエスト / 質問 / 苦情用掲示板