

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学大学院 先端理工学研究科 数理・情報科学コース

計算科学特論 L17(2026-08-04 Tue)

最終更新: Time-stamp: "2026-08-10 Mon 19:41 JST hig"

今日の目標



TA Prob and Sol: 経験分布

未知の母分布から, X のサイズ $n = 4$ の標本 9, 9, 10, 12 を得た.

- ① 経験累積分布関数のグラフを描こう.
- ② '経験確率密度関数' のグラフを雰囲気描こう.
- ③ 経験分布の母平均値を求めよう.
- ④ 経験分布の母中央値を求めよう.

略解

- $\hat{F}(x) = \begin{cases} 0 & (x < 9) \\ \frac{1}{2} & (9 \leq x < 10) \\ \frac{3}{4} & (10 \leq x < 12) \\ 1 & (12 \leq x) \end{cases}$
- $\hat{f}(x) = \frac{1}{2}\delta(x-9) + \frac{1}{4}\delta(x-10) + \frac{1}{4}\delta(x-12).$
- $E_{\hat{F}}[X] = \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{1}{4} \cdot 10 + \frac{1}{4} \cdot 12 = 10.$

- $9 \leq \text{Median}_{\hat{F}}[X] \leq 10$. (定義による)

L16-Q1

TA Prob and Sol: ブートストラップ標本抽出

ある未知の母集団の中央値 θ を考える．サイズ $n = 6$ の標本抽出した．

$$\{8, 8, 8, 10, 13, 13\}.$$

$B = 3$ のブートストラップ標本を生成したところ，

$\{8, 8, 10, 10, 13, 13\}, \{8, 8, 8, 8, 8, 13\}, \{8, 8, 8, 8, 10, 13\}$ となった．

- ① 標本中央値 $\hat{\theta}$ を求めよう．
- ② ブートストラップ標本の標本中央値 $\hat{\theta}_1^*, \hat{\theta}_2^*, \hat{\theta}_3^*$ を求めよう．
- ③ ブートストラップ標本の標本中央値 $\hat{\theta}_b^*$ のブートストラップ標本平均値 $\hat{\theta}^*$ を求めよう．
- ④ バイアス補正を行った母中央値の推定値を求めよう．
- ⑤ 母中央値の推定値の標準誤差を推定しよう

略解

$$\textcircled{1} \quad \frac{8+10}{2} = 9.$$

$$\textcircled{2} \quad 10, 8, 8.$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{3}[10 + 8 + 8] = \frac{26}{3}.$$

$$\textcircled{4} \quad 9 \cdot 2 - 26/3 = \frac{28}{3}.$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{1}{3-2}[(10 - \frac{26}{3})^2 + (8 - \frac{26}{3})^2 + (8 - \frac{26}{3})^2]^{1/2}$$

L16-Q2

TA Prob and Sol: ブートストラップ法

(理解チェックのための不自然なブートストラップ標本です)

標本で, 推定量 $\hat{\theta} = 10$ となった. $B = 20$ ブートストラップ標本で, 推定量 $\hat{\theta}^*$ は, 大きさの順に,

8, 8, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 11, 12, 12, 13, 13
となった.

- ① バイアスを推定しよう.
- ② バイアス修正を行った推定値を求めよう.
- ③ 標準誤差を推定しよう.
- ④ $\alpha = 0.1$ のパーセンタイルブートストラップ信頼区間を求めよう.
- ⑤ $\alpha = 0.1$ の基本的ブートストラップ信頼区間を求めよう.

略解

- ① $\frac{1}{20}[8 + 8 + \dots + 12] = 11$. バイアス $b = 11 - 10 = 1$.
- ② $10 - (11 - 10) = 2 \times 10 - 11 = 9$.

- ③ $\frac{1}{20-1}[(8-11)^2 + \dots + (12-11)^2] = \frac{24}{19}$. 標準誤差の推定値は $(24/19)^{1/2}$.
- ④ 0.05, 0.95 quantile は 8, 13. よって, $8 < \theta < 13$.
- ⑤ 0.05, 0.95 quantile は 8, 13. よって,
 $10 - (13 - 10) < \theta < 10 - (8 - 10)]$. すなわち, $7 < \theta < 12$.