

疎な転置推移確率行列

樋口さぶろお

龍谷大学工学部数理情報学科

計算科学☆実習 B E05(2019-05-15 Tue)

最終更新: Time-stamp: "2019-05-17 Fri 16:18 JST hig"



<http://hig3.net>

マルコフ連鎖の時間発展の数値計算

状態 $x = 0, \dots, m-1$ の m 状態のマルコフ連鎖を考える。

分布 $\vec{p}(t), p(x, t) \rightarrow$

```

1  double p[m]={1.0,0.0,...,0.0}; /*配列. mは整数.*/
2  /* {p(0,t), p(1,t), p(2,t),...,p(m-1,t)} */

```

転置推移確率行列 $M = \begin{pmatrix} p_{00} & p_{01} \\ p_{10} & p_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0.3 \\ 0.9 & 0.7 \end{pmatrix} \rightarrow$

```

1  double M[][m]= {{0.1,0.3},
2                      {0.9,0.7}}; /* 2次元配列 */

```

$\{\{p_{00}, p_{01}\},$
 $\{p_{10}, p_{11}\}\}$

行列とベクトルの積

$$\vec{q} = M\vec{p} \rightarrow q_x = \sum_y M_{xy}p_y.$$

```

1  p[] を p(x,0) で初期化;
2  p を出力;
3  for (t){
4      pn=M p; /*行列とベクトルの積*/
5      p=pn;
6      p を出力;
7  }

```

サンプル https://www.data.math.ryukoku.ac.jp/course/compscib_2019/p/markov01/src/markov01sample.c

```

1  /*
2   マルコフ連鎖の分布の時間発展の計算
3   Time-stamp: "2019-05-10 Fri 09:18 JST hig"
4  */
5  #define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS /* Visual C++ に必要なおまじない
6  #include <stdio.h>
7
8  /* 状態数 m */
9  #define NS 3
10
11 int multiply_trans(double pn[], double p[]);
12 int print_dist(double p[], int t, int m);
13
14 int main(){
15     int t, tmax;
16     int x;
17     double p[NS];          /* 分布  $p(t)$  */
18     double pn[NS];         /* 分布  $p(t+1)$  */
19     int m=NS;              /* 状態数 */
20
21
22     scanf("%d", &tmax);
23     printf("#T=%d\n", tmax);

```

```

24
25 /* 初期分布 */
26 t=0; p[0]=1.0; p[1]=0.0; p[2]=0.0;
27 print_dist(p,t,m);
28
29 for (t=0;t<tmax;t++){
30     multiply_trans(pn,p);          /* 漸化式で分布を更新 */
31     for (x=0;x<m;x++){
32         p[x]=pn[x];                /* コピー */
33     }
34     print_dist(p,t+1,m);
35 }
36 return 0;
37 }
38
39 /* p に M をかけたもの M p を q に書き込む. */
40 int multiply_trans(double q[], double p[]){
41     int x,y;
42     int m=NS;
43     /* 転置推移確率行列 */
44     double M[][NS]={{0.5, 0.5, 0.0},
45                     {0.5, 0.5, 0.0},
46                     {0.0, 0.0, 1.0}};
47     for (x=0;x<m;x++){

```

```
48     q[x]=0;
49     for(y=0;y<m;y++){
50         q[x]+=M[x][y]*p[y];
51     }
52 }
53 return 1;
54 }
55
56 /* tとpを1行に出力*/
57 int print_dist(double p[], int t, int m){
58     int x;
59     printf("%d,", t);
60     for(x=0;x<m;x++){
61         printf("%f, ", p[x]);
62     }
63     printf("\n");
64     return 0;
65 }
```

Quiz(マルコフ連鎖の母期待値の時間発展)

状態数 $m = 3$, 状態空間 $S = \{x\} = \{0, 1, 2\}$ 上のマルコフ連鎖を考える。
 時刻 $t = 0, 1, 2, \dots$ における分布を確率ベクトル $\vec{p}(t) = \begin{pmatrix} p(0,t) \\ p(1,t) \\ p(2,t) \end{pmatrix}$ で表す。
 プログラムでは, これを (どの時刻でも) 配列 `double p[3]` に記憶する。

- ① `p[]` が与えられたとき, 母期待値 $E[(X(t) + 1)^2]$ を返す関数 `double expect(double p[], int m)` を書こう。
- ② `p[]` が与えられたとき, 条件 $X(t) > 0$ が成立する母比率を返す関数 `double ratio(double p[], int m)` を書こう。

サブチーム課題のやり方 (計算科学☆演習 B) I

2-3 名程度の (サブ) チームでやる課題のやりかたです。

- 欠席するときは事前にサブチームメンバーと教員に連絡します。
- 自分のサブチーム番号は、事前のメールまたは紙で確認します。
- 課題の中で、自分のサブチームのミッション番号の部分だけをやります。
- 指定の席を使います。
- サブチームメンバー間で学籍番号と名前を交換します。授業時間外の連絡は Gmail t000000@mail.ryukoku.ac.jp または相談して決めた他の方法で行います。
- (授業開始後は)PC はサブチームあたり 1 台だけ使います。スマートフォンは使いません。
- Driver は Windows にログインし、キーボードとマウスを使います。Navigator はアドバイスしたり、紙で計算したりします。

サブチーム課題のやり方 (計算科学☆演習 B) II

- 自分のほうがよくわかってるっぽい分野は相手に説明し、相手のほうがよくわかってるっぽい分野は相手に説明してもらいましょう。
- 疑問はまずサブチーム内で解決を試みましょう。もし解決できなかったり、意見が一致しなかったりしたときは、TA のアドバイスも受けてください。
- 教員にきく、クラスでいちばん分かってる人にきく、ほうが疑問解決には速いですが、この活動では、未知のメンバーとコミュニケーションして疑問を解決すること自体を目的にしています。
- ファイル交換の方法: 常に Gmail に添付で送ることはできます。Google Drive のファイルを共有することもできます。ファイルで右クリックして共有から、Moodle にサブチーム情報交換用フォーラムを設けている場合、ここにファイルを添付することもできます。

サブチーム課題のやり方 (計算科学☆演習 B) III

- Moodle への課題提出方法パターン 1: 完成したファイルは, 同一のファイルを, サブチームメンバーごとに Moodle に提出します. Windows をログオフしてなくても, Moodle だけログイン/ログアウトくりかえせばいいでしょ.
- Moodle への課題提出方法パターン 2: チームメンバーの誰かが提出すればそれが全員の提出となります. 締切までに最終バージョンでいいことをチームメンバーが合意する必要があります. また, 締切までは何度でも削除提出ができるので, 作業中のファイルの置き場所として使うこともできます.

個人 PC に Visual Studio をインストール

無料の Visual Studio Community Edition とだいたい同じ.

- <https://visualstudio.microsoft.com/ja/downloads/>
- <https://www.data.math.ryukoku.ac.jp/guide/vs2017/install.php>

予習復習問題のやり方+今後の予定

Learn Math Moodle

[https://learn.math.
ryukoku.ac.jp/moodle](https://learn.math.ryukoku.ac.jp/moodle)



お知らせ

教科書と (PC につながる) イヤフォン用意してください。

- 2019-04-18 木 5 講義 1-534
- Math ラウンジ 月火水木昼 1-614
- 樋口オフィスアワー火 5(1-507/1-542)

Moodle App for iOS/Android



URL をきかれたら [https:
//learn.math.ryukoku.ac.
jp/moodle](https://learn.math.ryukoku.ac.jp/moodle) で登録.