

数式処理 — Maple

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

線形代数☆演習 I L27(2024-07-12 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2024-07-11 Thu 18:11 JST hig"

今日の目標

- 数式処理を使う方法を説明できる
- 数式処理システム Maple で線形代数の計算ができる。
逆行列や行列式を求められる
- 人工知能の数学の能力の現状を説明できる



L26-Q1

Quiz 解答: 行列式の余因子展開

①

$$\begin{vmatrix} 21 & 0 & 23 & 25 \\ 2 & 31 & 3 & 5 \\ 7 & 37 & 9 & 11 \\ 13 & 0 & 0 & 17 \end{vmatrix} = (-1)^2 21 \begin{vmatrix} 31 & 3 & 5 \\ 37 & 9 & 11 \\ 0 & 0 & 17 \end{vmatrix} + (-1)^3 0 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 13 & 0 & 17 \end{vmatrix} + (-1)^4 23 \begin{vmatrix} 2 & 31 & 5 \\ 7 & 37 & 11 \\ 13 & 0 & 17 \end{vmatrix} + (-1)^5 25 \begin{vmatrix} 2 & 31 \\ 7 & 37 \\ 13 & 0 \end{vmatrix}$$

第 4 行に関する展開の方が楽.

②

$$\begin{vmatrix} 21 & 0 & 23 & 25 \\ 2 & 31 & 3 & 5 \\ 7 & 37 & 9 & 11 \\ 13 & 0 & 0 & 17 \end{vmatrix} = (-1)^3 0 \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 13 & 0 & 17 \end{vmatrix} + (-1)^4 31 \begin{vmatrix} 21 & 23 & 25 \\ 7 & 9 & 11 \\ 13 & 0 & 17 \end{vmatrix} + (-1)^5 37 \begin{vmatrix} 21 & 23 & 25 \\ 2 & 3 & 5 \\ 13 & 0 & 17 \end{vmatrix} + (-1)^6 25 \begin{vmatrix} 21 & 23 \\ 7 & 9 \\ 13 & 0 \end{vmatrix}$$

L26-Q2

Quiz 解答: 行列式の還元定理 例えば第 1 行に関して余因子展開して,

$$21 \det \begin{bmatrix} 31 & 3 & 5 \\ 0 & 9 & 11 \\ 37 & 0 & 17 \end{bmatrix}.$$

還元定理を使ったと言っても同じこと.

複数の基本操作を矢印や等号の上に書く場合の注意 I

これは複数の基本操作を 1 個ずつ順にやっていくことの略記.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \textcircled{1} \times (-1) + \textcircled{2} \\ \textcircled{2} \times (-1) + \textcircled{1} \\ \longrightarrow \end{array} \begin{bmatrix} ? & ? \\ ? & ? \end{bmatrix}$$

つまり上の基本操作から順に行う基本変形と理解しないといけない.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \textcircled{1} \times \underbrace{(-1)}_{\downarrow} + \textcircled{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \textcircled{2} \times \underbrace{(-1)}_{\downarrow} + \textcircled{1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

下の基本操作から行くと別の基本変形, 別の結果になる. 基本変形だから階数は同じ.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \textcircled{2} \times \underbrace{(-1)}_{\downarrow} + \textcircled{1} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \textcircled{1} \times \underbrace{(-1)}_{\downarrow} + \textcircled{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

複数の基本操作を矢印や等号の上に書く場合の注意 II

基本操作を「同時に」行うのは基本変形ではない．例えば階数が変わってしまう．

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{array}{c} \textcircled{1} \times (-1) + \textcircled{2} \\ \textcircled{2} \times (-1) + \textcircled{1} \end{array} \begin{array}{c} ?? \\ \nearrow \end{array} \begin{bmatrix} 1 \times (-1) + 1 & 4 \times (-1) + 2 \\ 1 \times (-1) + 1 & 2 \times (-1) + 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

ここまで来たよ

26 4.4 行列式の展開 | 第4章 行列式

27 数式処理 — Maple

- 大規模言語モデル (ex. ChatGPT) と数学
- 数式処理システム Maple

大規模言語モデル (ex. ChatGPT) と数学

ChatGPT, Claude, Microsoft Copilot, Gemini などは, 生成 AI のひとつである大規模言語モデル (に基づくサービス) の例.

<https://chatgpt.com> で次のように入力してみよう.

```
1 次の行列の逆行列を求めてください
2
3 1 2
4 3 4
```

```
1 次の行列は簡約階段形ですか?
2
3 3 0 2
4 0 1 0
5 0 0 2
```

```
1 123456*789012 # 97408265472?
```

(以下のアドバイスは時とともに変化するだろうが)

- 得意分野：プログラミング，経済学，翻訳
- 苦手分野：法学，数学，心理学

現時点での大規模言語モデルは，数学については「豆知識に詳しく，妙に計算力があるが，どこか抜けてる2学年上の先輩（アドバイスはそのまま信じていいときもいけないときもある）」と思ってはどう？

ここまで来たよ

26 4.4 行列式の展開 | 第4章 行列式

27 数式処理 — Maple

- 大規模言語モデル (ex. ChatGPT) と数学
- 数式処理システム Maple

Maple とは

<https://jp.maplesoft.com/products/maple/>

Waterloo University, Canada で開発され Maplesoft 社で開発・販売される数式処理システム.

ライバル Mathematica, sympy.

数式処理システム (CAS: Computer Algebra System) とは

- 量を整数変数 (int), 浮動小数点変数 (double) に記憶して扱うのではなく, 数式を文字列として (実はもっとハイテクな方法で) 記憶して処理するシステム. 無限大なども扱える. "a+b" と "b+a" は文字列として異なるが, 数式処理システムは, 表す数式の意味が同じであることを知っている.
- 大規模言語モデルとの対比で言うと: できることは間違えない, 答えはいつも同じ, 人間が CAS の文法で指示する必要がある, 文法が厳密に決まっている.
- その意味ではコンパイラに似てる面がある?

龍大内で Maple を使える PC と場所

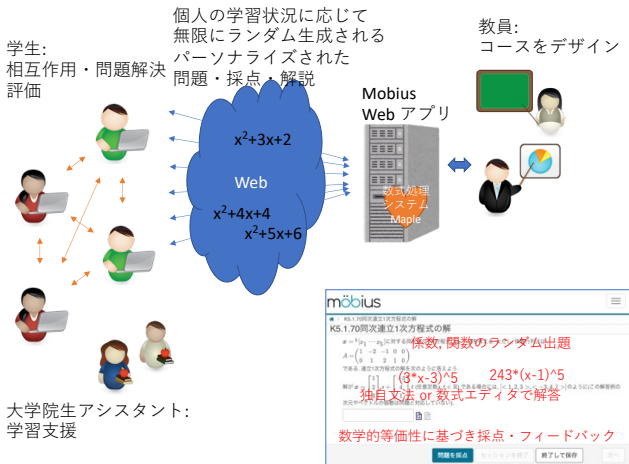
先端理工学部がサイトライセンスに加入しているため「キャンパス内では無料で」使用できます。

- (無料) 瀬田の学内実習室 (3号館地下, 1号館 (含む 1-612)) の Windows 10 で
- (無料) ru-wifi に接続した個人 PC
 - ▶ 任意の場所で各自でダウンロード, インストールした後, 使用时には ru-wifi に接続する. 使用時に activation (有効化) する.
 - ▶ 案内 (全学認証)<https://docs.google.com/document/d/1hqFjKZT5qRjEtg2BpZD7Nx1PTqf0gk6k1IQXfqTvIwx>
- (有料) サイトライセンスに頼らず, 生協で学生版 (Win/Mac) を購入 <https://software.univcoop.or.jp/item/15351>
 - ▶ ru-wifi への接続の必要なし
 - ▶ 在学中のみ利用可
 - ▶ Maple 2024 学生版は税込 13200 円

いずれも学習目的に限定.

Web アプリケーション, 学習支援システムとは

Mobius は, 数式処理システム Maple をバックエンドとして, Web アプリケーションとして構築された学習支援システム



実習課題 teamL27 の要約

Moodle の teamL27 の指示にしたがってください。動画を再生しながら、play, pause を繰り返して進むことを推奨。

- 1 mobius trialL27 の自分の問題の行列を取得する。
- 2 配布した Maple ワークシートのサンプルを編集して、行列 A, B に代入して、最終結果の逆行列と行列式を計算してメモしておく。
trialL27 の計算結果チェックに利用する。
 - ▶ 行基本変形計算機も、成分を入力することにより、計算に利用できる
- 3 自分が編集した上のような編集した Maple ワークシート (ファイル名自由) を、Moodle の teamL27 にアップロードして提出する。

Maple ワークシートのまとめ

- Enter 計算実行
- Shift+Enter 計算実行せず改行

左端の二重線 ブロック区切り

 T ボタン テキストブロックを作る



 > ボタン コードブロックを作る

左端の > プロンプト この右にコードを入力する

- ; 行の最後 (or 次の行との区切り) 省略可 (C でいう;)
- : 非表示行末
- := 変数への代入 (C でいう=)
- = 条件の等式 (C でいう==)
- # ここから行末までコメント (C でいう//, /* */)

- 挿入 > Maple Input で, Mobius のテキスト入力相当 (お奨め) になる
- 挿入 > 2D Math で, Mobius の数式エディタ相当になる.
- 環境設定から, どちらをデフォルトにするか選べる (初期は 2D Math)

Maple の文法

Mobius の解答入力と共通点
多い
線形代数ライブラリの導入
行列, 列ベクトル, スカラー
の変数代入

```

1 with(LinearAlgebra);
2 A:=<<1|2>,<3|4>>;
3 B:=<<5,6>|<7,8>>;
4 v:=<5,6>;
5 c:=-5;

```

$$A + B$$

$$AB$$

$$A^3 v$$

$$c v$$

$$A^{-1}$$

$$\det A$$

$$A \rightarrow \text{行簡約階段形}$$

```

1 A + B;
2 A . B; # . は行列の積. 表示は「・」
3 A^3 . v; # . は行列とベクトルの積.
4 c * v;
5 MatrixInverse(A);
6 Determinant(A);
7 ReducedRowEchelonForm(A);

```

参考:Maple で 微積分

グラフ描画 plot a graph

```
1 plot(sin(x)^2);
```

微分 differentiate

```
1 diff(sin(x)^2,x,2);
```

原始関数 integral

```
1 int(sin(x)^2);
```

定積分 integral

```
1 int(sin(x)^2,x=0..Pi/2);
```

積分の過程表示

```
1 with(Student:-Calculus1):  
2 ShowSolution(int(sin(x)^2));
```