

ベクトルの演算

樋口さぶろお <https://hig3.net>

龍谷大学 先端理工学部 数理・情報科学課程

線形代数☆演習 I L01(2025-04-09 Wed)

最終更新: Time-stamp: "2025-04-09 Wed 19:34 JST hig"

今日の目標

- 授業の到達目標/合格条件を説明できる
- Mobius で学習できる
- 2,3 次元ベクトルの (成分表示によらない, 絵による) 演算ができる

石村畑 線形代数 §1.1



ここまで来たよ

- はじめに
 - この授業どんなのり?

- ① ベクトルの演算
 - ベクトルと演算
 - Mobius で問題演習

線形代数とは？

- 高校 数学 C ベクトルの続き. 2,3 次元でなく n 次元. 行列 (例: $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix}$) も.
- 理系の学科はだいたい 1 年でやる.
- 線形代数と確率は人工知能, 機械学習の大前提.

線形代数☆演習 I の到達目標 (アバウト)

- シラバスより
 - ▶ 行列の基本的な計算ができる
 - ▶ 直線平面など図形や, **教科書に追加** 移動や拡大縮小が行列で表現できる
 - ▶ 連立 1 次方程式を行列で表現し解くことができる
- 教科書解読ベースで大学の数学の学び方ができる
- 教科書の **石村畑 線形代数 §1-4 の問題** (trial) が何も見ないで楽勝で解ける
- **教科書に追加** される内容の問題も何も見ないで楽勝で解ける

数理のカリキュラムの中での線形代数 I は必修. 後続 線形代数及び演習 II. 数学, 現象, DS, 情報科学ぜんぶで必要.

科目ののり

- 週2回水1金1.
- ノートPC持参. 問題を解くための手書きノート用意.
- 毎朝 9:15-9:25? の小テスト 'trial' をクリアしていく感じで.
- 次の情報基礎 (木 45) 以降, 連絡は Teams で.

- 次回から <https://hig3.net>  → LearnMoodle

<https://learn.hig3.net>

- 毎回出席を前提に進めます. 欠席の事前事後連絡不要. やむを得ない理由で欠席してピーナッツ的に成績的に考慮されたい場合は LearnMoodle 欠席届 (2週後まで).
- テキスト必須 石村畑 すぐわかる線形代数 改訂新版 東京図書.

石村畑 線形代数 何ページの式 (99), § 章 のように.

相談できるところ

- オフィスアワー樋口 前期木昼, 1-539 or Teams chat a00010
- 数理情報基礎演習 B, 金 3, 1-609. 履修登録しててもしてなくても.
- Math ラウンジ (1号館 5階 1-536, 538), だいたい昼休みは大学院生常駐. 数理 TM-Math ラウンジ ch on Teams.

科目の成績ののり (シラバスより)

100 ピーナツ = 小テスト 75 ピーナツ + 平常点 25 ピーナツ

全学ルールで 60 ピーナツ以上が合格です (履修要項参照). 成績は研究室配属や奨学金に影響することがあります.

(詳細)

小テスト 75 ピーナツ = *Trial* = 前半 15 回 $\times 2$ + 後半 15 回 $\times 3$.

平常点 25 ピーナツ = *Mobius* + チーム課題 + その他

データ取得ののり 研究と授業改善のため, *Mobius*, Moodle そのほか Web での活動データを記録させていただきます. 個人が特定できない形で使用します. 使用されないことを希望する人は, 近々あるアンケートでオプトアウトできるようにします (それまでは使用しません).

ここまで来たよ

- はじめに
 - この授業どんなのり？

- ① ベクトルの演算
 - ベクトルと演算
 - Mobius で問題演習

ベクトルとは 石村畑 線形代数 §1.1.1

定義 (ベクトル 石村畑 線形代数 p.2)

平面上の、2 点を結ぶ矢印 AB を **ベクトル** といい、 $\overrightarrow{AB}$ で表す。

点 A: **始点**, 点 B: **終点**

線分 AB の長さ: ベクトルの **大きさ**, **長さ**, **絶対値** 教科書に追加

平行移動して重なるベクトルは同じベクトルとみなす。



$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$

定義 (逆ベクトル・零ベクトル 石村畑 線形代数 p.2)

石村畑 線形代数 p.2 参照.

$\overrightarrow{AB}$ の **逆ベクトル** $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$, **零ベクトル** $\vec{0}$

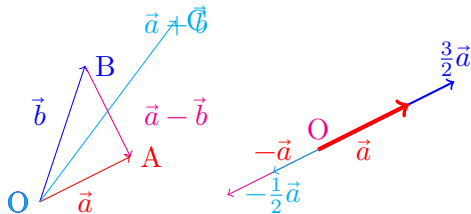
定義 (ベクトルの和・差・実数倍 石村畑 線形代数 p.3)

石村畑 線形代数 p.3 参照

和 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{a} + \vec{b} = \overrightarrow{OC}$.

差 $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \vec{a} - \vec{b} = \overrightarrow{BA}$.

実数倍 $k\overrightarrow{OA} = k\vec{a}$, k は実数.



差 $\vec{a} - \vec{b}$ は、逆ベクトルとの和

$\vec{a} + (-\vec{b})$ と定義される.

実数倍を 教科書に追加 スカラー倍とも言う.

うまくいってる！ 逆ベクトル $-\vec{a}$ と (-1) 倍 $(-1) \times \vec{a}$ は等しい.

記号 石村畑 線形代数 p.4

記号 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$. 自由なアルファベットを使ってよい. $\mathbf{a}$ のように太字や二重縦線で書く流儀もある.

ベクトルの長さ, 大きさ, 絶対値 $s = |\vec{a}| = |\overrightarrow{OA}|$.

命題 (ベクトルの演算の性質 石村畑 線形代数 p.4)

石村畑 線形代数 p.4 参照.

ここにミスプリントがひとつ. 教訓…

ベクトルの内積

石村畑 線形代数 p.4

定義 (ベクトルの内積)

石村畑 線形代数 p.4

ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ のなす角を θ とするとき、ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ の内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ とは次の実数である。

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta.$$

この「 $\cdot$ 」は、省略したり、 $\times$ で代用したりしてはいけない。

弧度法

教科書に追加 大学では度 ($0^\circ = 360^\circ$) は使わない。弧度法 (ラジアン **radian**) のみ。 $180^\circ = \pi \text{ rad}$ 。

命題 (内積の性質)

石村畑 線形代数 p.5

石村畑 線形代数 p.5 参照。

ベクトルの垂直と平行

石村畑 線形代数 p.5

定義 (ベクトルの垂直と平行 [石村畑 線形代数 p.5](#))

[石村畑 線形代数 p.5](#) 参照.

定義 (ベクトルの垂直と平行の同値条件 [石村畑 線形代数 p.5](#))

[石村畑 線形代数 p.5](#) 参照.

三角形の面積

定理 (三角形の面積 石村畑 線形代数 定理 1.1.1(p.6))

$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ を 2 辺とする三角形 OAB の面積 S は

$$S = \frac{1}{2}(|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2)^{1/2}.$$

ここまで来たよ

- はじめに
 - この授業どんなのり？

- ① ベクトルの演算
 - ベクトルと演算
 - Mobius で問題演習

Mobius で問題演習

<https://mobius.st.ryukoku.ac.jp> または 龍谷 数学学習サポート で検索

Mobius にログイン. 初回はパスワードリセットが必要. 全学統合認証とは別のパスワードを設定.

フォローアップ課題 (もうすぐ期限) をやりたくなるけど, ぐっところえて線形代数.

Mobius はピーナツにカウントされます.

数式入力方法

	数式	Mobius(Maple)
ベクトル	$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$	<2,-3>
分数	$\frac{355}{133}$	355/133
平方根	$\sqrt{3}$	sqrt(3)
積	$2\sqrt{3}$	2*sqrt(3)

mobius L00 で入力練習, mobius IH1 でベクトルの練習

次回

同じ教室. PC 持参.

Trial. 出題計画は…

Mobius で練習しておいてね (最高点が記録). 今回は期限なし.