樋口さぶろお https://hig3.net

龍谷大学理工学部数理情報学科

確率統計☆演習 L16(2021-01-18 Mon)

最終更新: Time-stamp: "2021-01-17 Sun 08:01 JST hig"

今日の目標

-
-
-

L15-Q1
Quiz 解答:母比率の片側検定

1. 有意水準 $\alpha = 0.05$ で正規近似による母比率の片側 (二項) 検定を行う.
2. 帰無仮説を母比率 $r = \frac{1}{10}$, 対立仮説を母比率 $r > \frac{1}{10}$ とする.
3. 帰無仮説のもとで, 100 本中のあたりの回数 $T \sim \mathrm{B}(\frac{1}{10}, 100)$. あたりの標本比率を $\hat{r}$ とすると, $Z = \frac{\hat{r}-\frac{1}{10}}{\sqrt{\frac{1}{100}\cdot\frac{1}{10}(1-\frac{1}{10})}}$ は近似的に標準正規分布 $\mathrm{N}(0, 1^2)$ にしたがう.
4. この標本に対して $\hat{r} = \frac{15}{100}$ なので, 検定統計量の実現値は $Z = \frac{5}{3} = 1.667$.
5. 棄却域は $z > z(0.05) = 1.645$.
6. $1.667 > 1.645$ なので,z は棄却域に含まれる. 帰無仮説を棄却する. よって母比率 $r > \frac{1}{10}$ と結論する.

不等式が逆の場合

6. 帰無仮説を棄却できない．よって，母比率 $r > \frac{1}{10}$ とは結論できない．」

p 値による場合

5. p 値は $p = P(Z > \frac{5}{3}) = I(+\infty) - I(\frac{5}{3}) = \frac{1}{2} - 0.4525 = 0.0475.$
6. $0.0475 = p < \alpha = 0.05$ なので帰無仮説を棄却する．よって母比率 $r > \frac{1}{10}$ と結論する．

L15-Q2
Quiz 解答:母比率の両側 (二項) 検定

1. 有意水準 $\alpha = 0.05$ で，母比率の両側検定を行う．
2. 帰無仮説を「瀬田学舎生のうち，滋賀県の高校を卒業した人の母比率は $r = 0.4$」，対立仮説を「$r \neq 0.4$」とする．

3. サイズ $n = 68$ の標本の標本比率を $\hat{r}$ とすると, 検定統計量
$$Z = \frac{\hat{r} - 0.4}{\sqrt{0.4(1 - 0.4)/68}}$$
は, 標準正規分布 $\mathrm{N}(0, 1^2)$ に近似的にしたがう.
4. この標本に対して, $\hat{r} = 20/68 = 0.2941$ より, $z = -1.782$.
5. 標準正規分布表より境い目の値は $z(0.05/2) = 1.960$. (または $t_\infty(0.05/2)$) 棄却域は $|z| > 1.960$.
6. $1.960 > |-1.782|$ なので, z は棄却域に含まれない. 帰無仮説は棄却できない. 瀬田学舎生のうち, 滋賀県の高校を卒業した人の母比率は $r = 0.4$ でない, とは結論できない.

不等式が逆の場合

6. …なので, z は棄却域に含まれる. 帰無仮説を棄却する. 瀬田学舎生のうち, 滋賀県の高校を卒業した人の母比率は $r \neq 0.4$ であると結論する.

p 値による場合

5. $p = P(|Z| > 1.782) = I(\infty) - I(1.72) + I(-1.72) - I(-\infty) = 2(0.5 - 0.4573) = 0.0854.$
6. $p = 0.0854 > 0.05 = \alpha$ より, 帰無仮説は棄却できない. 瀬田学舎生のうち, 滋賀県の高校を卒業した人の母比率は $r = 0.4$ でない, とは結論できない.